Acoplamientos magnéticos

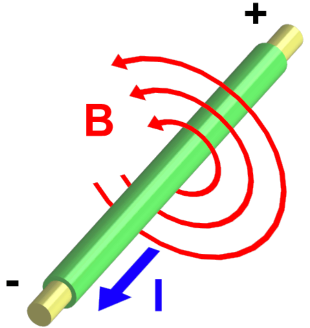
Teoría de Circuitos II

Autor: Luis Badesa Bernardo

(basado en las diapositivas de Óscar Perpiñán Lamigueiro)

Ley de Ampère

Cualquier **corriente** (ya sea constante o variable) **crea un campo magnético** a su alrededor según la *regla de la mano derecha*



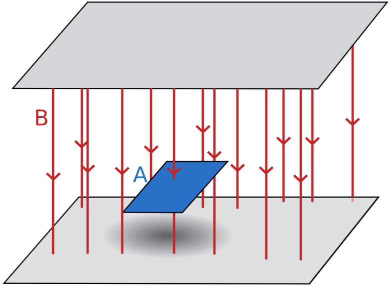
Ley de Faraday-Lenz

Cuando un **campo magnético variable** atraviesa una espira estática aparece una **tensión inducida proporcional al flujo** y opuesta a su variación

$$u(t) = \frac{\mathrm{d}\phi}{\mathrm{d}t}$$

El flujo magnético ϕ es el nº de líneas de fuerza magnética que atraviesan una superficie

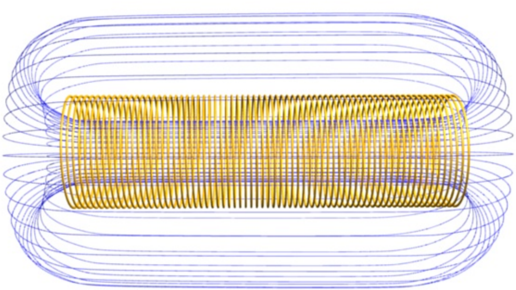
$$\phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \text{ [Wb]}$$



Bobina

Una bobina es un **arrollamiento de conductor** (*conjunto de N espiras conectadas en serie*)

- Al circular corriente se produce un campo magnético
- Este campo magnético atraviesa la propia bobina y produce una **tensión (auto)inducida**



Bobina

En un **circuito magnético lineal** el flujo que atraviesa cada espira es proporcional a la corriente:

$$\phi(t) = k \cdot i(t) \quad \rightarrow \quad \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}i(t)} = \frac{\phi(t)}{i(t)} = k$$

'k' depende del medio, es **mayor en núcleos ferromagnéticos** (mayor permeabilidad magnética)

Dado que en una bobina de N espiras la **tensión autoinducida** es:

$$u(t) = N \cdot \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$$

(el área total atravesada por $\vec{B}$ es N veces la de cada espira)

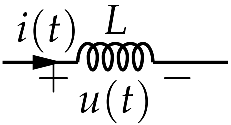
Bobina

Combinando las dos expresiones anteriores:

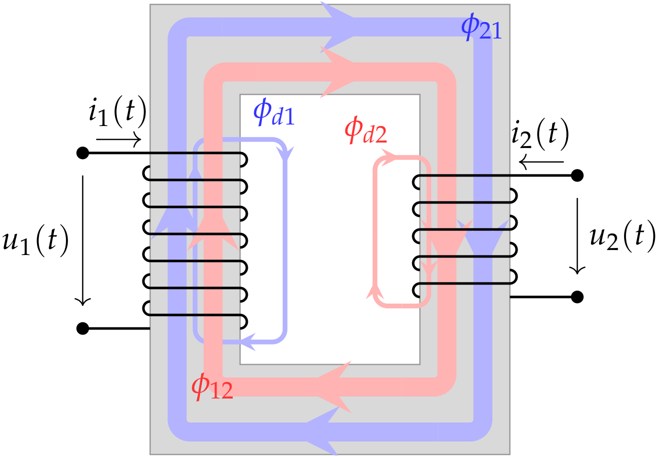
$$u(t) = N \cdot \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}i(t)} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} \quad \rightarrow \quad u(t) = N \cdot \frac{\phi(t)}{i(t)} \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}$$

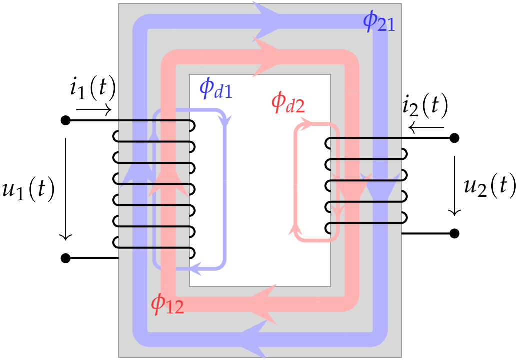
Por tanto, la ecuación de la bobina (autoinductancia L, [H]):

$$\boxed{u(t) = L \cdot \frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t}} \qquad \boxed{L = N \cdot \frac{\phi(t)}{i(t)}}$$



Cuando varias bobinas tienen **flujos comunes** se dice que existe **acoplamiento magnético**





ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

$\phi_{d\,i}$: flujo de dispersión, que no alcanza a la bobina j

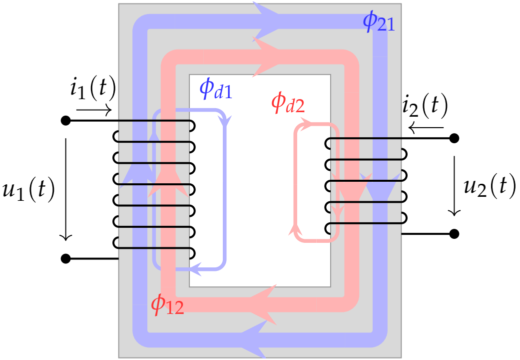
ϕ_i: flujo total que atraviesa la bobina i

$$\phi_{11} = \phi_{d1} + \phi_{21}$$
$$\phi_1 = \phi_{11} + \phi_{12}$$

$$\phi_{22} = \phi_{d2} + \phi_{12}$$
$$\phi_2 = \phi_{22} + \phi_{21}$$

$$u_1(t) = N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_1}{\mathrm{d}t} = N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_{11}}{\mathrm{d}t} + N_1 \frac{\mathrm{d}\phi_{12}}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2(t) = N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_2}{\mathrm{d}t} = N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_{22}}{\mathrm{d}t} + N_2 \frac{\mathrm{d}\phi_{21}}{\mathrm{d}t}$$



ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

Coeficientes de autoinducción e inducción mutua

Coeficiente de **autoinducción**:

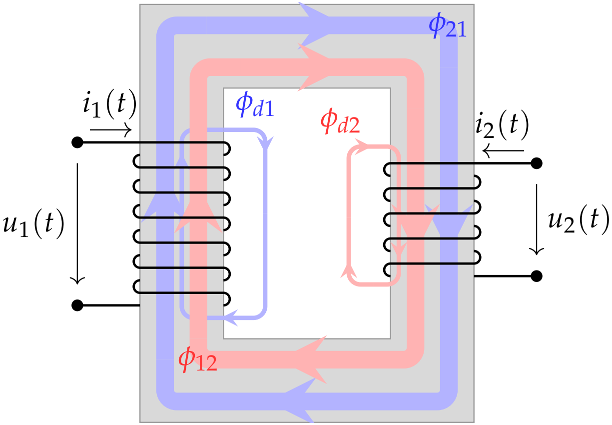
$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1}$$

$$L_2 = N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2}$$

Coeficiente de **inducción mutua**:

$$M_{12} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2}$$

$$M_{21} = N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1}$$



ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

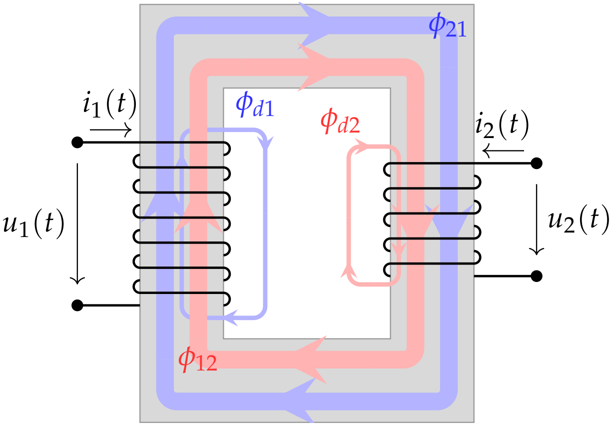
Coeficiente de acoplamiento magnético

Coeficiente de **acoplamiento** de la bobina 1:

$$k_1 = \frac{\phi_{21}}{\phi_{11}} = 1 - \frac{\phi_{d1}}{\phi_{11}} \leq 1$$

Coeficiente de **acoplamiento** de la bobina 2:

$$k_2 = \frac{\phi_{12}}{\phi_{22}} = 1 - \frac{\phi_{d2}}{\phi_{22}} \leq 1$$



ϕ_{ij}: flujo recibido en bobina i producido por bobina j

Coeficiente de inducción mutua

Cuando el **circuito magnético** es **lineal**:

$$\left.\begin{array}{r} M_{12} = M_{21} = M \\ k_1 = k_2 \quad = k \end{array}\right\} \rightarrow \quad \boxed{M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}} \qquad k \leq 1$$

Expresión que puede deducirse usando las definiciones de las diapositivas anteriores:

$$M^2 = M_{12} \cdot M_{21} = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2} \cdot N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1}\ , \qquad k^2 = k_1 \cdot k_2 = \frac{\phi_{21}}{\phi_{11}} \cdot \frac{\phi_{12}}{\phi_{22}}\ , \qquad L_1 \cdot L_2 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1} \cdot N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2}$$

Luego puede verse que $\dfrac{M^2}{k^2} = L_1 \cdot L_2$. Y dado que k_1 y k_2 son ≤ 1, $k \leq 1$

Coeficiente de inducción mutua

Cuando el **acoplamiento** entre las dos bobinas es **perfecto**:

$$\left.\begin{array}{l}\phi_{d1} = 0 \rightarrow \phi_{11} = \phi_{21} \\ \phi_{d2} = 0 \rightarrow \phi_{22} = \phi_{12}\end{array}\right\} \rightarrow k = 1$$

Resumen

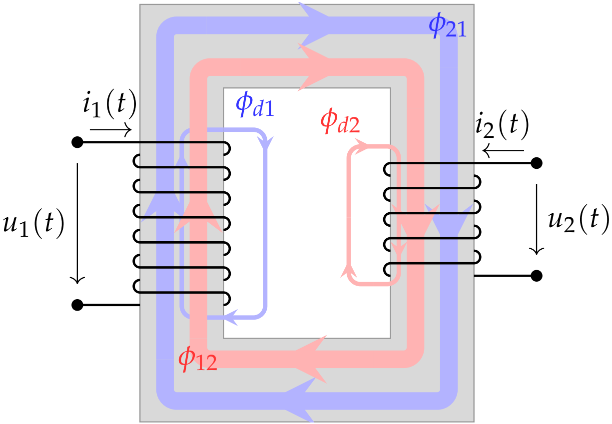
$$L_1 = N_1 \frac{\phi_{11}}{i_1}$$

$$L_2 = N_2 \frac{\phi_{22}}{i_2}$$

$$M = N_1 \frac{\phi_{12}}{i_2}$$

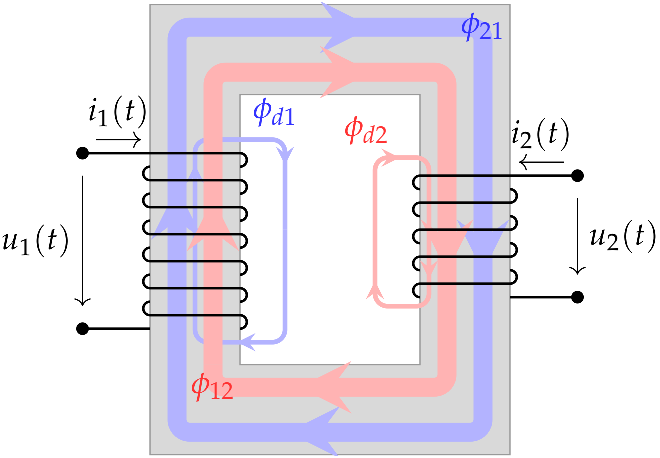
$$= N_2 \frac{\phi_{21}}{i_1}$$

$$M = k\sqrt{L_1 \cdot L_2}$$



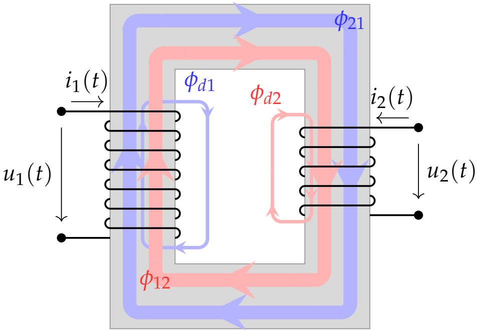
1. Bobina
2. Acoplamiento magnético
3. Representación circuital

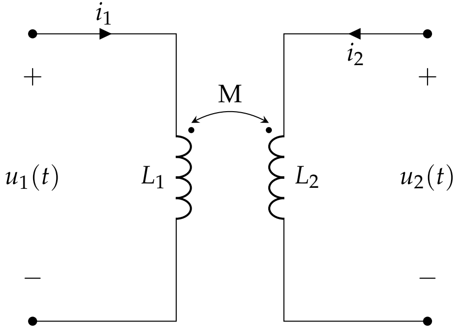
Flujos del mismo sentido



Las corrientes i_1 e i_2 producen flujos del mismo sentido

Flujos del mismo sentido: representación circuital

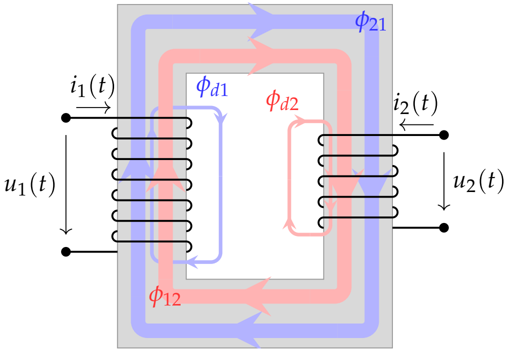


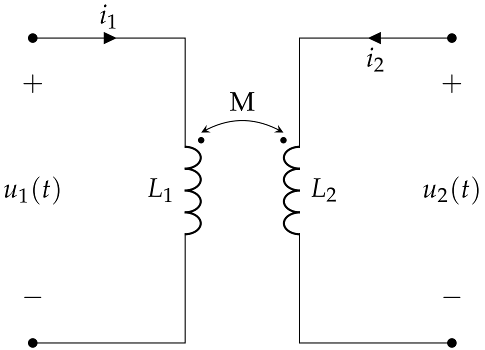


Convenio del punto (bornes homólogos):

- Se señalan con un punto los **terminales** de las bobinas por los que hay que introducir corrientes que **producen flujos** del **mismo sentido**
- Una **corriente que entra** por un terminal con punto **induce** una **tensión** con **polaridad positiva** en el **otro terminal** con punto

Flujos del mismo sentido: representación circuital

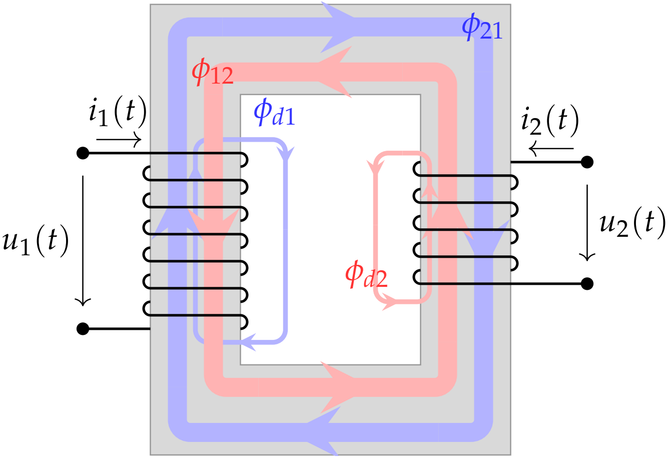




$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + M \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

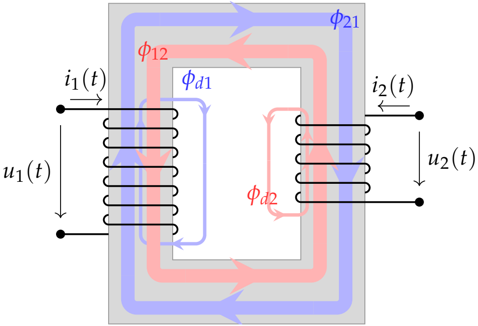
$$u_2(t) = M \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

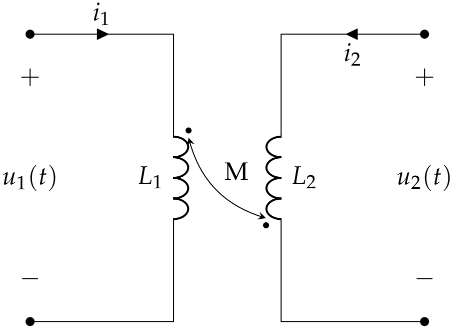
Flujos contrapuestos



Las corrientes i_1 e i_2 producen flujos de sentido contrario

Flujos contrapuestos: representación circuital

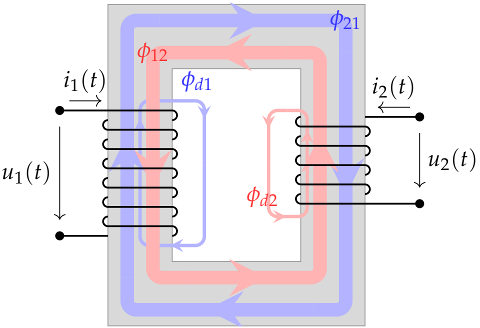


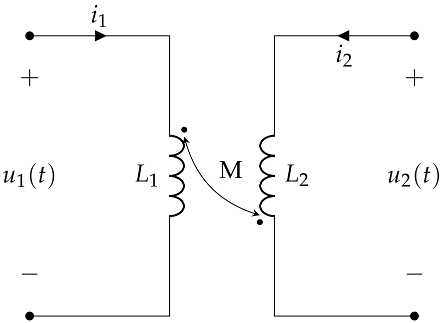


Convenio del punto (bornes homólogos):

- Se señalan con un punto los **terminales** de las bobinas por los que hay que introducir corrientes que **producen flujos** del **mismo sentido**
- Una **corriente que entra** por un terminal con punto **induce** una **tensión** con **polaridad positiva** en el **otro terminal** con punto

Flujos contrapuestos: representación circuital

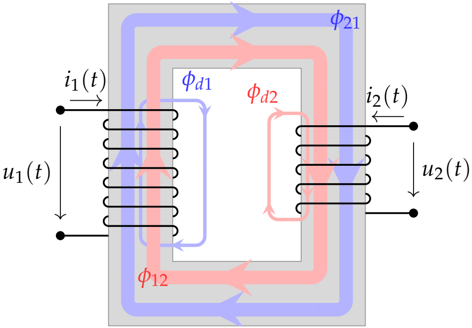


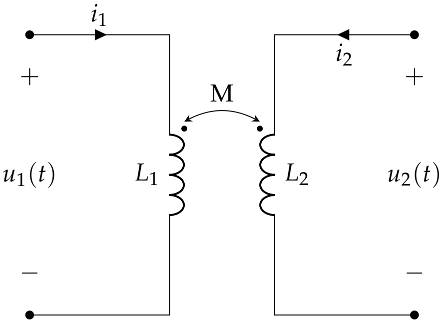


$$u_1(t) = L_1 \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} - M \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$u_2(t) = -M \frac{\mathrm{d}i_1(t)}{\mathrm{d}t} + L_2 \frac{\mathrm{d}i_2(t)}{\mathrm{d}t}$$

Corriente alterna senoidal

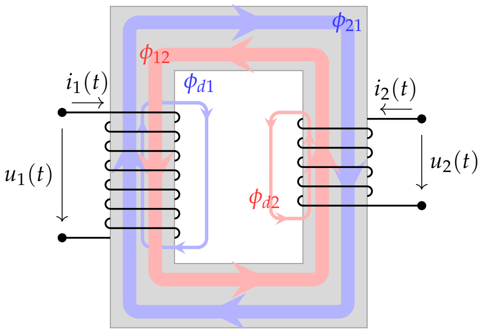


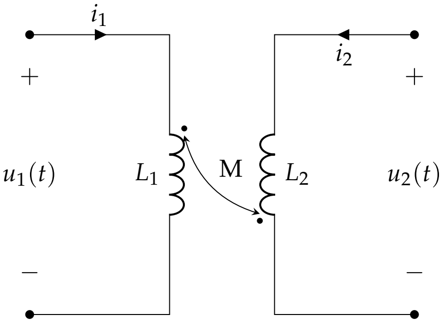


$$\overline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot \bar{I}_1 + j\omega M \cdot \bar{I}_2$$

$$\overline{U}_2 = j\omega M \cdot \bar{I}_1 + j\omega L_2 \cdot \bar{I}_2$$

Corriente alterna senoidal

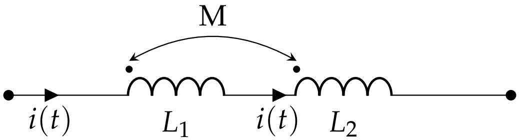




$$\overline{U}_1 = j\omega L_1 \cdot \bar{I}_1 - j\omega M \cdot \bar{I}_2$$

$$\overline{U}_2 = -j\omega M \cdot \bar{I}_1 + j\omega L_2 \cdot \bar{I}_2$$

Ejemplo: acoplamiento de bobinas en serie

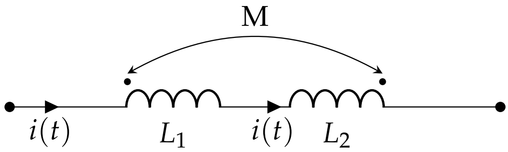


$$\overline{U}_1 = (j\omega L_1 + j\omega M) \cdot \bar{I}$$

$$\overline{U}_2 = (j\omega L_2 + j\omega M) \cdot \bar{I}$$

$$\overline{U} = \overline{U}_1 + \overline{U}_2 \rightarrow \boxed{L = L_1 + L_2 + 2M}$$

Ejemplo: acoplamiento de bobinas en serie



$$\overline{U}_1 = (j\omega L_1 - j\omega M) \cdot \bar{I}$$

$$\overline{U}_2 = (j\omega L_2 - j\omega M) \cdot \bar{I}$$

$$\boxed{L = L_1 + L_2 - 2M}$$